RAN-2403000502043001

RAN-2403000502043001/2411001002043001

F. Y. B. Sc. (Sem.-II) Examination April - 2026

Matrices and Determinants - MH-MLD-201 - Mathematics -Multidisciplinary

(Set-I)

[Total Marks: 50

સૂચના : / Instructions	Seat No.:
(1) ઉપરોક્ત દર્શાવેલ વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી. Fill up strictly the above details on your answer book. (2) All questions are compulsory. (3) Figures to the right indicate marks of the corresponding question.	Student's Signature

Q. 1. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઈ પણ દસ) **10**

Answer the following (Any Ten)

1. ઉચ્ચસ્તરીય ત્રિકોણાકાર શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
   Define Upper Triangular matrix with illustration.

2. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} -1 & 10 & 3 \\ 3+i & 21 & 6 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ નો પ્રતિ શ્રેણિક મેળવો.

   Find Transpose of a matrix $A = \begin{bmatrix} -1 & 10 & 3 \\ 3+i & 21 & 6 \\ 2 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

3. ચોરસ શ્રેણિકની વ્યાખ્યા ઉદાહરણ સહિત આપો.
   Define Square matrix with illustration.

4. નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$ નું મૂલ્ય શોધો.

   Obtain the value of the determinant $A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -3 & 4 & 2 \\ -1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$

5. જો A સંમિત શ્રેણિક હોય તો દર્શાવો કે કોઈપણ શ્રેણિક B માટે $B^T AB$ સંમિત શ્રેણિક થાય.
   If A is a Symmetric matrix then show that for any matrix B the matrix $B^T AB$ is a Symmetric matrix.

6. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 4+7i & 5-3i \\ 1+i & 2-3i \end{bmatrix}$ હોય તો શ્રેણિક A^θ મેળવો.

   Find A^θ for the matrix $A = \begin{bmatrix} 4+7i & 5-3i \\ 1+i & 2-3i \end{bmatrix}$

7. નિશ્ચાયક $A = \begin{vmatrix} -5 & -3 & 11 \\ -2 & -3 & 4 \\ -2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ પર અનુક્રમે R(l, 3) અને $(-2)R_3$ કરતાં મળતો નિશ્ચાયક લખો.

Find the determinant by operating R(l, 3) and $(-2)R_3$ respectively on

$A = \begin{vmatrix} -5 & -3 & 11 \\ -2 & -3 & 4 \\ -2 & 0 & -1 \end{vmatrix}$

8. કેલી હેમિલ્ટન પ્રમેયલખો.
State Caley-Hamilton Theorem.

9. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} -1 & 10 & 3 \\ 0 & 21 & 6 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$ માટે લાક્ષણિક બીજો મેળવો.
Obtain Eigen Values for the matrix $A = \begin{bmatrix} -1 & 10 & 3 \\ 0 & 21 & 6 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

10. નિશ્ચાયક $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & 12 & -4 \end{bmatrix}$ માં 12 નો સહઅવયવ શોધો.
Find the minor of element 12 in the determinant $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & 12 & -4 \end{bmatrix}$

11. વ્યાખ્યા આપો : લાક્ષણિક સદિશ.
Define Eigen vector.

12. જો શ્રેણિક A વિસંમિત શ્રેણિક હોય તો દર્શાવો કે $A^T = -A$
If A is a Skew symmetric matrix then show that $A^T = -A$

Q. 2. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઈ પણ બે) 10
Answer the following (Any two)

1. જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -3 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ હોય તો $A^2 - 3A + 2I$ ની કિંમત શોધો.

If matrix $A = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -3 \\ 2 & -2 & 2 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ then find the value of $A^2 - 3A + 2I$

2. જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 4 & 0 & -5 \\ -5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ અને શ્રેણિક $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ -2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ હોય તો દર્શાવો

કે $(AB)^T = B^T A^T$

If matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 4 & 0 & -5 \\ -5 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ and matrix $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 4 & 0 & 3 \\ -2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ then show that

$(AB)^T = B^T A^T$

3. જો શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 2+6i & 5+4i & 3-2i \\ -8i & 1-3i & 5 \\ 14-12i & 4-3i & 2+3i \end{bmatrix}$ અને શ્રેણિક $B = \begin{bmatrix} 1-7i & 4+3i & 6-5i \\ 2+3i & 1+3i & 4-2i \\ 5+7i & 5-8i & -3i \end{bmatrix}$ હોય તો

દર્શાવો કે (i) $(A+B)^T = A^T + B^T$ (ii) $(A+B)^\theta = A^\theta + B^\theta$

If matrix $A = \begin{bmatrix} 2+6i & 5+4i & 3-2i \\ -8i & 1-3i & 5 \\ 14-12i & 4-3i & 2+3i \end{bmatrix}$ and matrix $B = \begin{bmatrix} 1-7i & 4+3i & 6-5i \\ 2+3i & 1+3i & 4-2i \\ 5+7i & 5-8i & -3i \end{bmatrix}$ then

show that (i) $(A+B)^T = A^T + B^T$ (ii) $(A+B)^\theta = A^\theta + B^\theta$

Q. 3. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઈ પણ બે) **10**

Answer the following (Any two)

1. $\begin{vmatrix} x & 5 & 9 \\ 16 & 3x+8 & 36 \\ 3 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0$ નો ઉકેલગણ શોધો.

Obtain the solution of $\begin{vmatrix} x & 5 & 9 \\ 16 & 3x+8 & 36 \\ 3 & 1 & 7 \end{vmatrix} = 0$

2. સાબિત કરો કે $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ yz & zx & xy \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)$

Prove that $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x & y & z \\ yz & zx & xy \end{vmatrix} = (x-y)(y-z)(z-x)$

3. $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 7 \\ 0 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ નો વ્યસ્ત શ્રેણિક સહઅવયવજ શ્રેણિકની મદદથી મેળવો.

Find the inverse of a matrix $\begin{bmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 1 & 1 & 7 \\ 0 & -3 & 4 \end{bmatrix}$ using adjoint of the matrix.

Q. 4. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઈ પણ બે) **10**

Answer the following (Any two)

1. નીચે આપેલ સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ માર્ટિનના નિયમથી મેળવો.

$x + y + z = 6$
$2x - y + z = 3$
$x + 3y - z = 4$

Solve the following system of equations using Martin's Rule:

$x + y + z = 6$
$2x - y + z = 3$
$x + 3y - z = 4$

2. નીચે આપેલ સમીકરણ સંહતિનો ઉકેલ ક્રેમરના નિયમથી મેળવો.

$x + y + 4z = 6$
$3x + 2y - 2z = 9$
$5x + y + 2z = 13$

Solve the following system of equations using Cramer's Rule:

$x + y + 4z = 6$
$3x + 2y - 2z = 9$
$5x + y + 2z = 13$

3. સાબિત કરો કે દરેક ચોરસ શ્રેણિક A ને અનન્ય રીતે P + iQ તરીકે દર્શાવી શકાય છે, જ્યાં P અને Q હર્મેટિયન શ્રેણિકો છે

Show that any square matrix can be represented uniquely as P + iQ where P and Q are Hermitian matrices.

Q. 5. નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ લખો. (કોઈ પણ બે) **10**

Answer the following (Any two)

1. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ નો વ્યસ્ત શ્રેણિક કેલી હેમિલ્ટન પ્રમેયની મદદથી શોધો.

Find the Inverse matrix of $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ using Cayley-Hamilton theorem.

2. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$ ના આત્મમૂલ્યો શોધો અને સૌથી મોટા આત્મમૂલ્યને સંગત આત્મસદિશ મેળવો.

Find eigen values of the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{bmatrix}$ and also find eigen vector corresponding to largest eigen value.

3. શ્રેણિક $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ માટે કેલી હેમિલ્ટન પ્રમેયનું સમાધાન કરો.

Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$